

امتحان مقرر الفيزياء للرياضيات لطلاب السنة الثالثة الدورة الفصلية الاولى 2017

السؤال الأول (20 درجة) :

باستخدام التوزيع القانوني الكبير لجيبس. برهن أن توزيع بوزة يعطى بالعلاقة الاتية :

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_{\alpha} - \mu}{kT}} - 1}$$

السؤال الثاني (30 درجة) :

اختر احدى المجموعتين الاتيتين :

المجموعة الأولى:

أ- بفرض أن الكمون الترموديناميكي الكبير يعطى بالعلاقة الاتية $\gamma = U - TS - \mu \bar{N}$ بين كيف يمكن الحصول على المقادير الترموديناميكية الاتية

$$P = \left[\frac{\partial(PV)}{\partial V} \right]_{T, \mu} \quad S = \left[\frac{\partial(PV)}{\partial T} \right]_{V, \mu} \quad N = \left[\frac{\partial(PV)}{\partial \mu} \right]_{TV}$$

ب - بين فيما اذا كان مؤثر الزمن t ومؤثر الطاقة $\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ يحقق خاصية التبادل أم لا

المجموعة الثانية :

أ - ما هو احتمال وجود جسم يتحرك في الاتجاه x في المجال $\left[x, 0 \rightarrow \frac{a}{2} \right]$ حيث أن الدالة الموجية له هي

$$\psi(x) = \left(\frac{2}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{2\pi x}{a}$$

ب - بين فيما اذا كانت الدالة $\phi(x, y, z) = \sin 2x \sin 3y \sin 4z$ هي دالة ذاتية للمؤثر

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

السؤال الثالث (30 درجة) :

أ - برهن أن تفرق متجه كثافة التدفق المغناطيسي يساوي الصفر .

ب - بفرض أن $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ برهن أن التكامل الخطي لكثافة التدفق المغناطيسي حول مسار مغلق يساوي حاصل ضرب μ_0 في التيار الكلي I المار بالسطح الذي تتعطق حوافه على ذلك المسار .

السؤال الرابع (20 درجة) :

استعن بمبرهنة غاوس لحساب الشحنة الكلية داخل مكعب طول ضلعه $(2m)$ واحدى زواياه في نقطة الأصل واضلاعه موازية للمحاور المتعامدة ، علما أن متجه المجال الكهربائي هو $\vec{E} = 2ax^2 \vec{i}$ (a ، كمية ثابتة) .

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح .

سنة ثالثة رياضيات فصل اول الثاني ١٧٢٠

$$W(\epsilon, n) = \frac{\Omega(\epsilon, n) e^{-\frac{n\epsilon}{kT}}}{\sum \sum \Omega(\epsilon, n) e^{-\frac{n\epsilon}{kT}}}$$

(1) \mathcal{L}
 هناك n صيغة من \mathcal{L} المكافئة لتدفع كل x في \mathcal{L} الجزئية المعدلة \mathcal{L}' ومنه جاز عدم تغيير الجسيمات
 في \mathcal{L} واحدة \mathcal{L}' كجزئية \mathcal{L} مع أي مجموعة ممكنة \mathcal{L}' \mathcal{L} \mathcal{L}'
 $\mathcal{L} = \mathcal{L}'$

لذلك نكتب المعادلة

$$\bar{n} = kT \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_n e^{\frac{\mu - \epsilon_n}{kT}}$$

أو ما يكافئ

$$X = e^{\frac{\mu - \epsilon}{kT}}$$

$$\bar{H} = kT \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_n x^n$$

رقبته را به عدد بسوزنات می یابیم حاله غیر محدود است $N_{max} = N$
 میاذا خاصه $N \gg 1$ خاصه رقبته می یابیم $N_{max} = 0$ (معادله ۱۰) $\sum_{n=0}^N x^n$
 می یابیم اجماره می یابیم $x \ll 1$ و معادله ۱۰ $\sum_{n=0}^N x^n$ می یابیم $x \ll 1$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-e^{-\frac{E_F}{kT}}}$$
$$\eta_2 = \frac{1}{\frac{6.25}{0.17}} = 1$$

والثاني رتبة درج
المجموعة الأولى - P

$$\gamma = U - TS - \mu N = -PV$$

اذن

$$PV = TS + \mu N - E$$

وانه هو متوسط عدد الجزيئات في النظام (المتوسط) واما التعلق بين PV و T فهو

$$d(PV) = SdT + PdV + Nd\mu$$

لانه من الترموديناميك

$$dU = Tds - PdV + \mu dN$$

$$d(PV) = (PdV + VdP) = Tds + SdT + \mu dN + Nd\mu - \underbrace{Tds + PdV - \mu dN}_{dU}$$

$$P = \left[\frac{\partial(PV)}{\partial V} \right]_{T, \mu}, \quad S = \left[\frac{\partial(PV)}{\partial T} \right]_{V, \mu}, \quad N = \left[\frac{\partial(PV)}{\partial \mu} \right]_{T, P}$$

$$[\hat{E}, \hat{E}] \psi = \hat{E} \hat{E} \psi - \hat{E} \hat{E} \psi$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi - \psi (i\hbar \frac{\partial}{\partial t}) \psi$$

$$i\hbar \left[\psi \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \right] - i\hbar \psi \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\hbar \psi$$

$$[\hat{E}, \hat{E}] = i\hbar$$

اي عدم التبادلية بين المتغيرات اي انه لا يتوافق والمذاق مسترته بينهما

المجموعة الثانية

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{a}{2}} \psi' \psi' dx &= \int_0^{\frac{a}{2}} \left(\frac{2}{a} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi x}{a} \cdot \left(\frac{2}{a} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi x}{a} dx \\ &= \frac{2}{a} \int_0^{\frac{a}{2}} \left(\sin \frac{2\pi x}{a} \right)^2 dx \\ &= \frac{2}{a} \left[\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{2\pi} \sin \frac{2(2\pi x)}{a} \right]_0^{\frac{a}{2}} \\ &= \frac{2}{a} \left[\frac{a}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{2\pi} \sin \frac{4\pi a}{2a} - 0 \right] \\ &= \frac{2}{a} \cdot \frac{a}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

كما مع مسلم في جميع عناصر المربعات .

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi(x, y, z) = -4 \sin 2x \sin 3y \sin 4z = -4 \phi(x, y, z)$$

$$\frac{d^2}{dy^2} \phi(x, y, z) = -9 \sin 2x \sin 3y \sin 4z = -9 \phi(x, y, z)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \phi(x, y, z) = -16 \sin 2x \sin 3y \sin 4z = -16 \phi(x, y, z)$$

وعند جمع هذه المعادلات نحصل على

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \right) \phi(x, y, z) = -29 \phi(x, y, z)$$

اذنه قيمة هذه الدالة هي دالة ذاتية للمؤثر ∇^2 بالثابت -29 .

السؤال الثالث . 3 درج .

٢- لتغير كثافة الكتلة في الفضاء \vec{B} بواسطة دوائر حمل شحنة Q ، وبلاستاتيكية
في نموذج سوسنار . اكتب في كتابك مع الحل .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int dl \times \left(-\nabla \frac{1}{r} \right)$$

أي أننا نعتبر أن كثافة الكتلة $\frac{r}{r^3}$ هي كثافة الكتلة في الفضاء \vec{B} .
وماذا يمكننا أن نحصل عليه ؟

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \times \int \frac{I \cdot dl}{r}$$

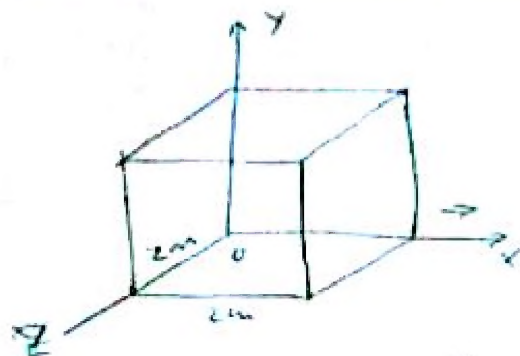
نلاحظ أن $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ حيث $\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl}{r}$.
نلاحظ أن \vec{A} هي دالة ذاتية للمؤثر ∇ بالثابت $\frac{\mu_0 I}{4\pi}$.

ومع ذلك $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$ اذن $\nabla \cdot \vec{B} = 0$.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \nabla \times \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \mu_0 \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

وعندئذ $I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$ اذن

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



(در 2 درجه)

مقدار Q در سطح الکتریکی را می توانیم

مقدار Q را به دست آوریم. $\int_S E \cdot dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$

در اینجا E در همه جا یکسان است.

$$\int_S E \cdot dS = \int \nabla E \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

و می دانیم $\nabla E = \frac{\partial E}{\partial x} = 4ax$

$$\int \nabla E \cdot d\vec{r} = \int 4ax d\vec{r} = 4a \int_0^2 x dx \int_0^2 dy \int_0^2 dz$$

$$= 16a \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 32a \Rightarrow$$

$$Q = 32 \epsilon_0 a$$

مقدار Q را می توانیم

در اینجا E در همه جا یکسان است.

1/4/17